

Heuristika koolimatemaatikas

Madis Lepik

Matemaatika didaktika dotsent

Tallinna Ülikool

Eesmärgid õppekavas

Matemaatika ainekava nõuab, et

„gümnaasiumi lõpetaja:

- **esitab oma matemaatilisi mõttekäike** nii suuliselt kui ka kirjalikult;
- **arutleb loovalt ja loogiliselt, leiab probleem-ülesande lahendamiseks sobivaid strateegiaid** ning rakendab neid;
- **püstitab matemaatilisi hüpoteese, põhjendab ja tõestab neid.**“

Kuivõrd realiseerib igapäevane matemaatikaõpe eelkirjeldatud taotlusi?

- Mitmed uurimused näitavad, et **80% koolitööst** on formaalne, taoline õppimine **tugineb põhiliselt mäluprotsessidel.**
- Õpetatav on jaotatud paljudeks üksikteemadeks, mis üksteise järel “läbi võetakse”. **Õppeprotsess kujuneb valmistõdede äraõppimiseks.**
- Enamasti omandatakse reeglid, eeskirjad, põhiseosed ja lahendatakse nende kinnistamiseks arvukalt **treeningülesandeid.**

Matemaatiline musitseerimine

- Rutiinsete matemaatiliste teadmiste omandamine pole veel tõeline matemaatikaga tegelemine.
- Lisaks ülesannete lahendamisele peaks õpilane olema kaasatud ka nn **matemaatika tegemise protsessi**.

Õpetada matemaatilist mõtet -

Õpetada matemaatilist mõtlemist

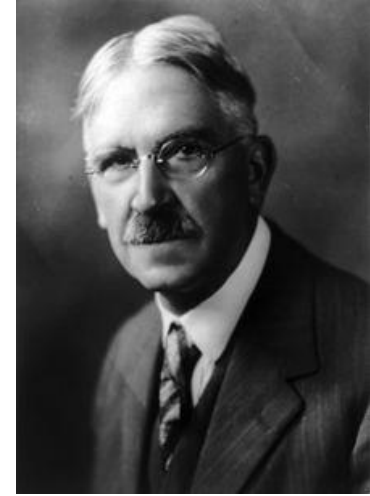
- Õpilased peaksid tegelema matemaatikaga selle sõna otseses mõttes, st aktiivselt **otsima seoseid, iseseisvalt sõnastama üldistusi ja seejärel oma tulemusi ka põhjendama.**
- Verbid, mis peaksid kirjeldama matemaatikaga aktiivset tegelemist on: **uurima, avastama, järeldama, formuleerima, konstrueerima, seoseid otsima, selgitama, ennustama, kirjeldama, tõestama ...**

Visioon

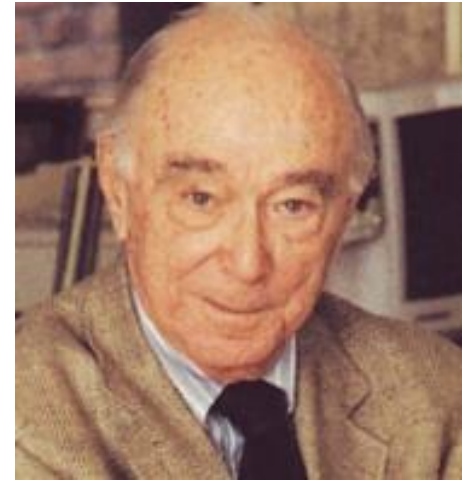
- Haridusuuendajad: peaksime õpetamisel igavavõitu teadmiste ülekande asendada tegevustega, kus õpilased läbi hästikavandatud tegevuse saaksid ise sõnastada hüpoteese, arutada tekkinud ideid, kavandada uurimisprotsess ja nii „avastada“ uusi teadmisi.
- Paljudes EU riikides on viimastel aastatel läbi viidud arendusprojekte uurimusliku õppe juurutamiseks loodusteaduste ja matemaatika õppesse.

- Vähemalt sama oluline kui valmisteadmiste memoreerimine on kujundada õpilastes **valmisolekise genereerida ideid ja formuleerida seaduspärasusi**, samuti neid seoseid ja mõtteloogikat **selgitada ning põhjendada**.
- Just **arutlemine** - matemaatiliste toimingute selgitamine ning põhjendamine on aluseks arusaamisele-mõistmisele ja **muudab õppeprotsessi mõtestatuks**.
- Teadmised mis on õppija enda loomingu tulemuseks on **tähenduslikud**.

Ajalugu



- Ameerika filosoof ja haridusteoreetik **John Dewey** (1859-1952)
- Tema käsitluses pidi õppimine toimuma läbi praktiliste projektide
- Õpetaja ülesandeks oli kavandada uurimuslikke tegevusi mis viiksid projekti raames kogutud teadmiste üldistamisele ja seeläbi uute teadmiste loomisele ning omandamisele märksa „loomulikumul“ teel kui seda on pelgalt valmisteadmiste äraõpetamine.
- Dewey teooria saavutas suure populaarsuse 20.saj alguses nii Ameerikas kui Euroopas.



- Ameerika psühholoog **Jerome S Bruner** (1915 - 2016) arendas välja avastusõppe teooria (*theory of discovery learning*, 1970), mille nurgakiviks oli, et faktiteadmiste õppimisest märksa tähtsam on kujundada strateegiad iseseisvaks uute teadmiste konstrueerimiseks.
- Bruneri lähtepostulaadiks oli, et inimene on sünnipärane õppija ning pidev areneja. Bruner'i arvates peab õppijast saama kindlasti iseseisev probleemide lahendaja.



- **George Pólya** (1887 – 1985) oli ungari päritolu matemaatik. Laiema tuntuse sai ta kui **kaasaegse heuristika looja**.
- Oma karjääri teisel poolel keskendus probleemilahendusstrateegiate uurimisele.
- G. Polya. 1967. Kuidas lahendada ülesannet.
(Tõlkinud Ü. Kaasik) Tallinn, Valgus.

Uurimusliku õppe olemus

- Uurimuslik õpe esindab õpilasekeskset lähenemist. Selle õppevormi korral õpilased püstitavad ise probleemi ja kujundavad strateegiad probleemi lahendamiseks. Sageli ja eriti loodusainetes jäljendab selline õppeviis teadlaste praktiseeritavat uurimistegevust.
- Uurimusliku õppe korral kujundab õpetaja sellise õpikeskkonna, kus õpilased teevad vaatlusi, uurivad konkreetseid õppematerjale, mõtestavad endi jaoks uut olukorda varasemate teadmiste valguses, kavandavad ja realiseerivad uurimisprotsessi, mille käigus ilmnevad õpilasele uued mustrid või seaduspärasused.



gettyimages®
asiseoit

498648999

Lähtuvalt õpetaja suunava rolli ulatusest eristatakse järgmist kolme **uurimusliku õppe vormi**:

- **struktureeritud otsing:**

Õpetaja poolt on otsinguprotsess läbimõeldult kavandatud ja õpilaste tegevus samm-haaval juhitud.

- **juhitud otsing:**

Õpetaja esitab konkreetse uurimisprobleemi ja suunab üldjoontes otsinguprotsessi. Õpilaste iseseisvus konkreetse probleemi lahendamisel on suur.

- **avatud otsing:**

Õpilased ise määratlevad nii probleemi, mille uurimisele nad keskenduvad kui kavandavad ka lahendusstrateegiad.

Uurimusliku õppe efektiivsus

- Hattie (2009) analüüsis 205 uurimuslikku õpet käsitleva uuringu tulemusi.
- Enamuses ilmnesid positiivsed tulemused- vähem konkreetsetes teadmistes ja rohkem protsessi osas (näiteks matemaatika olemuse mõistmine, kriitiline mõtlemine jne). Sageli näitasid uurimused, et konkreetseid teadmisi omandati paremini traditsioonilises otseses õppes.
- Sageli näitasid tulemused ka õpilaste motivatsiooni kasvu.
- Kriitiliseks osutus õpilaste eelteadmiste tase. Nõrgematele õpilastele sobis enam otsene valmisteadmiste õpetamine.
- Kokkuvõttes soovib Hattie otsese õpetamise ja uurimusliku õppe mõistlikku kombinatsiooni.

AHAA- matematika



Ahaa-matemaatika

- koostada ja katsetada uurimusliku õppe tunnistenaariume ja õppematerjale erinevate kooliastmete matemaatikatundides ühe õppeaasta vältel;
- kaardistada koolikatse käigus tekkivaid muutusi õpilaste arusaamades koolimatemaatikast ja selle õppimisest;
- kujundada metoodilisi soovitusi uurimusliku õppe matemaatikatundide läbiviimiseks.

Ahaa-matemaatika

Aasta jooksul ilmnenud positiivsed muutused:

- kasvanud on õpilaste matemaatiline arutlusoskus;
- kasvanud on õpilaste koostööoskus ja oskus töötada rühmana, õpilased on hakanud koosõppimist rohkem väärtustama;
- paranenud on oskus oma tulemusi sõnastada ja julgus neid kaaslastele kommunikeerida;
- kasvanud on õpilaste motiveeritus matemaatikaga tegeleda, töötatakse suurema pühendumusega;
- kasvanud on õpilaste roll uurimusliku õppe tundide õppeprotsessi kujundamisel ja juhtimisel;
- konstruktivistlik arusaam on tugevnenud – rohkem tajutakse matemaatikat kui valdkonda otsinguteks, kus tuleb kaaslastega arutledes leida ise erinevaid lahendusviise.

Ahaa-matemaatika

- Koolikatse käigus ilmnesid ka mitmed uurimusliku õppe kasutamisega seotud väljakutsed:
 - kõrge määramatuse tase ja õpetaja vähene kontroll klassis toimuva üle võivad muuta uurimusliku õppega alustava õpetaja ebakindlaks;
 - uurimusliku õppega alustava õpetaja suur koormus tundide ettevalmistamisel ja läbiviimisel;
 - süsteemsel rakendamisel on uurimuslik õpe ajamahukas, väheneb tavapärane „harjutusaeg“;
 - sobivate, kõigi õpilaste arengut maksimaalselt toetavate tööühmade kokkupanek võib olla keeruline;
 - sõltuvalt eagrupist võib rühmatöö tingimustes tekkida klassis ülemäärast elevust, hea tööatmosfääri loomine võib nõuda õpetajalt lisapingutusi.

Metoodilisi soovitusi

- Uurimusliku õppe juurutamine on pikk ja järepidevat pühendumist nõudev töö – raskused harjumisperioodil on ajutised.
- Tuleb lasta õpilastel tegutseda ja arutleda – see on neile kokkuvõttes kasulik, isegi kui on tahtmine klassis toimuvat kindlalt kontrollida.
- Mida aeg edasi, seda vähem vajavad õpilased oma töös õpetaja pidevat juuresolekut.
- Mingi kindla reegli või valemi selgest saamisest olulisem on üldise mõtlemise arendamine, seaduspärasuste märkamise ning tervikpildi nägemise oskuse kujundamine.
- Uurimusliku lähenemisega harjunud õpilased vajavad sageli vähem aega tüüposkuste treeninguks – ollakse rohkem harjunud nägema seoseid.

Metoodilisi soovitusi

- Õpilaste eelneval ettevalmistusel võib olla tulemustele oluline mõju.
- Õpetaja peaks ka järgnevates tundides tegema palju viiteid uurimusliku õppe tööle – see on õpilaste jaoks tähenduslik.
- Õpilastel tuleks lasta võimalikult palju leitud seoseid oma sõnadega formuleerida.
- Kui vähegi võimalik, peaksid õpilased oma tulemusi esitlema (klassi ees), kommenteerima jne.
- Ahaa-projekti raames katsetud tunnistsenaariumid ja töölehed on üks turvalisemaid viise uurimusliku õppega alustamiseks.

Õpilastele mõeldud uurimusliku õppe tunnikirjeldused ja töölehed matemaatikas:

<https://sites.google.com/site/avastusopematemaatikas>

Mõnusat uurimist ja avastamist